Classe : 3ème	**Nom de l'élève :**
Discipline : Mathématiques	**Date : 2 /6/ 2025**
Nom du prof : Maroun Matar-Elie Kfoury	

Prière d'éviter l'utilisation de la calculatrice autant que possible.

Exercice 1 :

Les parties 1) et 2) sont indépendantes:

1) Calculer, en montrant les étapes de calcul, les expressions suivantes, puis donner votre réponse en notation scientifique:

$$A = \frac{12^3 \times 25^2}{15^3 \times 8^3} \quad ; \quad B = \frac{0{,}03 \times \left(10^{-1}\right)^5 \times 7^2}{4{,}9 \times \left(10^3\right)^2} \quad \text{et} \quad C = \frac{11{,}2 \times \left(10^{-2}\right)^2 \times 10^3 - 0{,}2 \times 10^{-1}}{2 \times 10^{-2}}$$

2) Calculer et donner la réponse sous la forme la plus simple:

$$A = \left(\frac{3}{5}\right)^{n+2} \times \left(\frac{5}{3}\right)^n \quad ; \quad B = \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{3}{2} \times \frac{3}{4}}{\left(\frac{3}{8}\right)^2 - \frac{3}{8} \times \frac{3}{4}}$$

Exercice 2 :

Simplifier:

$$A = \frac{3\times10^6+6\times10^5}{15\times10^7} \quad ; \quad B = \frac{2{,}34\times10^6-6{,}27\times10^5}{15\times10^3} \quad ; \quad C = \frac{700+2\times10^3}{9\times10^3}$$

$$D = \frac{36{,}4\times10^{-5}-1{,}24\times10^{-4}}{20\times10^{-4}} \quad \text{et} \quad E = \frac{5{,}62\times10^{13}-3{,}27\times10^{13}}{32\times10^{12}}.$$

Exercice 3 :

Soit : $A = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \times \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} + \frac{3}{2}$; $B = \frac{12}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{7}{9}$; $C = \frac{2-\left(\frac{1}{2}\right)^2}{2+3\times\left(\frac{1}{2}\right)}$; $D = \frac{3{,}15\times(10^2)^4-5\times10^6}{10^6}$;

$E = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{3}$; $F = \frac{\frac{3}{4} - 4}{\frac{3}{4} + \frac{1}{3}}$ et $G = \frac{2.5\times10^{-7}}{5\times10^{-6}}$.

1) Calculer A, B et C et donner la réponse sous la forme d'une fraction irréductible.
2) Calculer D et donner le résultat sous la forme de notation scientifique.
3) Calculer E et donner la réponse sous la forme d'une fraction décimale.
4) Montrer que F est un nombre entier.
5) Donner G sous la forme $a\times10^n$ où n est un entier.

Exercice 4 :

Résoudre chacune des inéquations suivantes, puis représenter la solution sur un axe s'il c'est possible.

1) $\frac{12x-5}{3} < 3$

2) $4(3-x) \leq 8(x-3)$

3) $5(x^2-3)+2(4x-11) > 5x^2-8$

4) $\frac{5x-2}{3}+7 > \frac{3x+2}{5}-1$

5) $\frac{2x+1}{5}-\frac{4x}{3} \geq \frac{7}{3}-\frac{7x+9}{15}$

6) $(x+2)^2+(x-2)^2 \leq 5+2x^2$

7) $-x-1 \leq 3+2x$

8) $4x+3<4x-1$

9) $\frac{2x+5}{12}-\frac{x+2}{4} \leq \frac{2}{3}+\frac{2-x}{6}$

10) $\frac{-x+2}{7}+\frac{3x-1}{21} < 6x+\frac{1-x}{14}$

Exercice 5 :

Le périmètre du rectangle de longueur $5x+7$ et de largeur $x-1$ est plus petit ou égal à celui du carré de côté $4x+1$.

1) Montrer que l'inéquation correspondante est: $-4x \leq -8$.

2) Résoudre l'inéquation précédente, puis représenter la solution sur un axe.

Exercice 6 :

On donne : $A = \sqrt{25}+2\sqrt{20}+\sqrt{45}+\sqrt{9}$ et $B = (1+\sqrt{5})(2+\sqrt{5})$

1) Simplifier A et B.

2) Rendre rationnel le dénominateur de $\frac{A}{B}$.

Exercice 7 :

Soit : $X = \sqrt{125}-8\sqrt{5}+6\sqrt{20}$ et $Y = \sqrt{45}+\sqrt{80}+\sqrt{125}$.

1) Écrire X et Y sous la forme $a\sqrt{5}$, où a est nombre entier.

2) Montrer que $\frac{X+3\sqrt{5}}{Y-6\sqrt{5}}$ est un nombre entier à déterminer.

Exercice 8 :

1) Rendre rationnel le dénominateur de $\frac{3-\sqrt{18}}{2+\sqrt{2}}$.

2) Montrer que : $\frac{3-\sqrt{18}}{2+\sqrt{2}} - \frac{4-18\sqrt{2}}{4}$ est un nombre entier.

Exercice 9

Soit : $A = \left(2\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2 + \sqrt{2}\left(\sqrt{2}+4\sqrt{3}\right)$; $B = \dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{12}-\sqrt{3}}$ et $C = \dfrac{(0{,}08)^2 \times \sqrt{10^{-2}} \times \left(10^2\right)^4}{8000}$

1) Montrer que A est un nombre entier.

2) Simplifier B et C.

3) En déduire que $\frac{A}{B} = C$.

Exercice 10 :

On donne : $x = 2\sqrt{5}+4$ et $y = 2\sqrt{5}-4$.

1) Calculer x^2, y^2, xy et $(x+y)^2$.

2) Calculer $\dfrac{2}{x} + \dfrac{2}{y}$.

3) Montrer que: $\sqrt{\dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x}} = 3\sqrt{2}$.

Exercice 11

$X = \dfrac{\sqrt{6}-1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ et $Y = \dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

1) Calculer: X^2, Y^2 et $X.Y$.

2) Rendre rationnel le dénominateur de X.

3) Vérifier que $Y = 3\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

4) Comparer X et Y.

Exercice 12 :

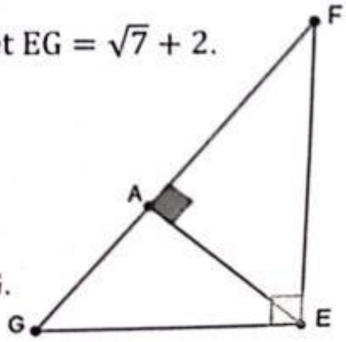
Soit a un nombre réel défini par $a = \sqrt{2+\sqrt{3}}$.

1) Montrer que $a^2 + \frac{1}{a^2}$ est un nombre entier.

2) Développer $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2$ et calculer la valeur de $a + \frac{1}{a}$.

Exercice 13 :

EFG est un triangle rectangle en E tel que : $EF = \sqrt{7} - 2$ et $EG = \sqrt{7} + 2$.



1) Calculer FG.
2) Calculer l'aire du triangle EFG.
3) Soit [EA] la hauteur relative à [FG].
   Calculer la longueur de EA.
4) Calculer le rayon du cercle circonscrit au triangle EFG.

Exercice 14 :

Considérer un cercle (C) de centre O et de rayon 4cm, [AB] est un diamètre.
La médiatrice de [OA] coupe le cercle (C) en E et D, et [OA] en H.

1) Dessiner la figure.
2) Montrer que AOE est un triangle équilatéral.
3) Montrer que AEOD est un losange.
4) Calculer EH et EB.
5) Soit F le symétrique de O par rapport à D.
   Montrer que (AF) est tangente à (C) en A.
6) La tangente à (C) en E, coupe (AF) en P.
   a) Montrer que (OP) est la médiatrice de [AE].
   b) Montrer que les quatre points A, P, E et O appartiennent au même cercle dont le diamètre est à déterminer.

Exercice 15 :

Considérer un cercle (C) de centre O et de diamètre AB = 4cm.
Soit (D) la tangente à (C) en A et M un point sur (D) tel que AM = 4cm.
Dessiner la tangente menée de M à (C) qui le coupe en E et (AB) en F.
La droite (OE) coupe (D) en S.

1) Dessiner la figure.
2) Calculer la longueur de MB
3) Montrer que (MO) est la médiatrice de [AE].
4) Que représente O pour le triangle MSF? Justifier.
5) En déduire que (MO) est perpendiculaire à [SF].

Exercice 16

On considère un cercle de centre O et de diamètre [AB] tel que Ab =6 cm. M est un point sur (C) tel que AM = 5 cm. (C') est un cercle de diamètre [AO] et de centre O', [AM] coupe (C') en K.

1) Dessiner une figure.
2) Trouver la longueur de [MB].
3) Montrer que (KO) et (MB) sont parallèles, puis déduire la longueur de [OK].
4) La parallèle à (O'K) menée par A coupe (OK) en N.
   Calculer AN, déduire que OAN est un triangle isocèle en A.
5) Montrer que OBMN est un parallélogramme, déduire la nature de OANM.
6) (NO') coupe (AK) en G.
   a) Montrer que (OG) passe par le milieu de [AN].
   b) Calculer GK puis déduire la longueur de [OG].

Exercice 17 :

Dans la figure adjacente, (C) est un cercle de centre O, de rayon R = 4 cm et de diamétre [AB].(IB) est la tangente à (C) en B.
(OP) est la parallèle à (AI) et IB = 6cm.

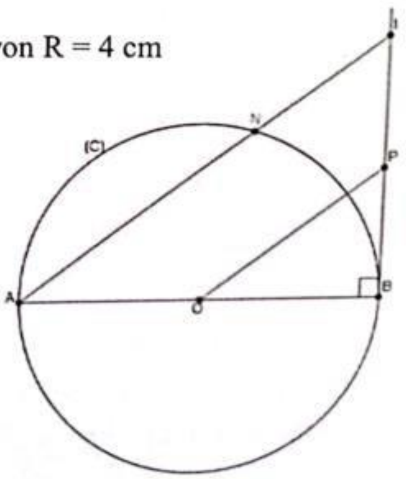
1) Reproduire et compléter la figure.

2) Montrer que [OP) est la bissectrice de $N\hat{O}B$, puis déduire que (NP) est un tangente à (C).

3) Vérifier que AI = 10 cm et que l'aire du triangle ABI est 24 cm^2. Déduire que BN = 4,8 cm

4) La tangente (d) à (C) en A, coupe (NP) en E. Montrer que EOP est un triangle rectangle.

5) Montrer que EP = PB + EA.



Exercice 18 :

On donne $P(x) = 9x^2 - 1 - (1-3x)(2x+5)$ et $q(x) = (4x+3)^2 - (x+4)^2$

1) Développer et réduire $q(x)$.

2) Factoriser $p(x)$ et $q(x)$.

3) Résoudre des équations suivantes: **i)** $P(x) = 0$ **ii)** $q(x) = -7$ **iii)** $P(x) = q(x)$.

4) Soit $G(x) = \frac{q(x)}{p(x)}$.

a) Trouver le domaine de définition de $G(x)$, puis simplifier $G(x)$.

b) Résoudre l'équation $G(x) = -1$.

c) Rendre rationnel le dénominateur de $G(\sqrt{2})$.

Exercice 19 :

Soit: $p(x) = (2x+5)^2 - (x-4)^2$ et $Q(x) = (3x+1)(5x-2) - (3x^2-14x-5) + (9x^2-1)$.

1) Montrer que $3x^2-14x-5 = (3x+1)(x-5)$.

2) Factoriser $p(x)$ et $Q(x)$.

3) Résoudre l'équation $p(x) = Q(x)$.

4) Soit $H(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$.

a) Pour quelles valeurs de x, $H(x)$ est-elle définie?

b) Simplifier $H(x)$

c) Calculer $H(\sqrt{3}-1)$ et rendre rationnel le dénominateur de la réponse obtenue.

Exercice 20 :

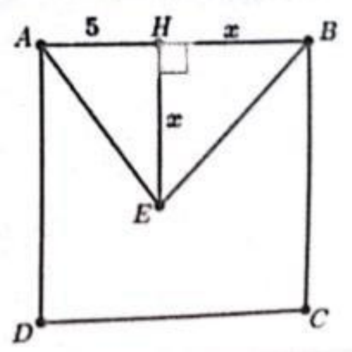
1) a) Factoriser: $G(x) = (x+5)^2 - 3x(x+5)$.

b) Résoudre $G(x) = 0$.

2) Dans la figure ci-contre ABCD est un carré:

a) Exprimer l'aire du carré et celle du triangle AEB en fonction de x.

b) Calculer x pour que l'aire du carré soit égale à 6 fois celle du triangle AEB.



Exercice 21 :

Le commerçant dans un certain magasin déclare une réduction sur les prix des articles.

1) Le prix initial d'un article (A) est 16000L.L, son prix après la réduction est 12000L.L. Trouver le pourcentage de réduction.

2) Supposer que le magasin fait une réduction de 25%.

a) Désigner par x le prix avant la réduction et par y celui après la réduction. Exprimer y en fonction de x.

b) Représenter graphiquement la relation ci-dessus dans un repère (x'Ox , y'Oy).

c) Quel est le prix initial d'un article (B) sachant que son nouveau prix était 3750L.L?

d) Le commerçant décide de faire une autre réduction de 10%.

Trouver le prix d'un article après les deux réductions si son prix initial était 30000L.L.

Exercice 22 :

Un magasin annonce une réduction sur tous les articles vendus.
Trois de ces articles sont présentés dans le tableau suivant:

Article	A	B	C
Prix initial LL	24000	60000	b
Nouveau prix L.L	21120	a	44000

1) Calculer le pourcentage de réduction.
2) Calculer a et b.
3) Désigner par x le prix initial et par y le nouveau prix. Exprimer y en fonction de x.
4) Le magasin fait une autre réduction de 10% sur tous les articles.
   Trouver le prix final de l'article B.

Exercice 23 :

Considérer $A = \sqrt{5} + 2$ et $B = \sqrt{5} - 2$

1) Calculer A^2, B^2 et $A \times B$.
2) En déduire que la somme $\frac{A}{B} + \frac{B}{A}$ est un nombre naturel.
3) Déterminer la valeur du nombre réel x, si le tableau suivant est un tableau de proportionnalité.

$x+2$	B
A	$x+2$

Exercice 24 :

Considérer dans un repère orthonormé (x'Ox, y'Oy); les points A(−2 ; 1) et B(4 ; 1) et la droite (D) d'équation: $y = 2x + 5$.

1) Placer A et B.
2) Est-ce que A appartient à (D)?
3) Tracer (D).
4) Ecrire l'équation de la droite (AB).
5) La droite (D) coupe x'Ox en E et y'Oy en F.
   Trouver les coordonnées de E et F, puis calculer EF.
6) Écrire l'équation de (D ') passant par P (−1 ; 2) et parallèle à (D).
7) Écrire l'équation de (U) passant par A et perpendiculaire à (D).
8) Calculer les coordonnées de I le milieu de [BP].
9) Ecrire l'équation de (OA).

Exercice 25 :

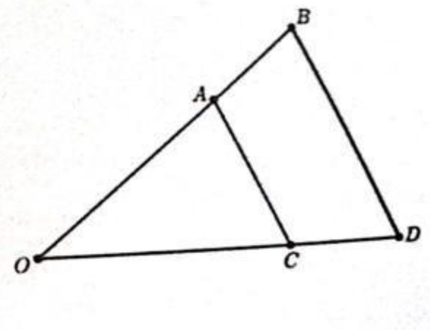
Dans un repère orthonormé des axes x'Ox et y'Oy, on considère les points $A(-1 ; 2)$, et $I(-3 ; 4)$ et la droite (d) d'équation $y = x + 3$.

1) Placer les points A et I, et tracer (d).
2) Montrer par calcul que A appartient à (d).
3) Trouver l'équation de la droite (AI).
4) Soit (C) le cercle de centre I et passe par A.
   a) Calculer le rayon du cercle (C).
   b) Montrer que la droite (d) est une tangente à (C) en A.
   c) La droite (IA) recoupe le cercle (C) en B.
   Calculer les coordonnées de B.
5) Montrer que le point $E(-5 ; 2)$ appartient à (C).
6) a) Montrer que (EI) et (d) sont parallèles.
   b) Déduire que (EI) est la médiatrice de [AB].
   c) Déduire la nature du triangle ABE.

Exercice 26 :

Dans la figure adjacente, on donne: OA = 2 cm; OB = 2,5 cm; OC = 3cm et OD = 3,75 cm.

1) Les droites (AC) et (BD) sont parallèles.
   Pourquoi ?
2) Calculer le rapport $\frac{\text{aire}(OAC)}{\text{aire}(OBD)}$.



Exercice 27 :

Dans un triangle ABC, on suppose que AB = 6cm et BC = 9 cm.
M est un point sur le segment [AB] tel que AM = 2 cm.
La droite menée de M et parallèle à (BC) coupe (AC) en N.

1) Calculer la valeur exacte de $\frac{AN}{AC}$.
2) On suppose que NC = 4,6 cm. Soit AN = x et AC = y.
   a) Établir les égalités suivantes : $y = 3x$ et $y = x + 4,6$.
   b) Calculer AN et AC.

Exercice 28 :

On considère un triangle ABC tel que $\widehat{A} = 90^0$et $\sin \widehat{B} = 0,8$.

1) Calculer $\cos \widehat{B}$ et $\tan \widehat{B}$.
2) Si BC = 15 cm, calculer AB et AC.

Exercice 29 :

1) α est un angle aigu tel que $\sin \alpha = 0,6$. Calculer $\cos \alpha$ et $\tan \alpha$.
2) Donner la valeur de α à 10^{-1} degré près.

Exercice 30 :

ABC est un triangle rectangle en A tel que, $\sin A\hat{B}C = \frac{2}{3}$.

1) Calculer $\cos A\hat{B}C$ et $\tan A\hat{B}C$
2) Calculer $\sin A\hat{C}B$, $\cos A\hat{C}B$ et $\tan A\hat{C}B$.

Exercice 31 :

Soit α un angle aigu, justifier les égalités suivantes :

1) $\sin^2\alpha + 2\cos^2\alpha = 1 + \cos^2\alpha$.

2) $1 + \dfrac{1}{\tan^2\alpha} = \dfrac{1}{\sin^2\alpha}$.

3) $(\sqrt{3}\cos\alpha - \sqrt{5}\sin\alpha)^2 + (\sqrt{5}\cos\alpha + \sqrt{3}\sin\alpha)^2 = 8$.

4) $\cos^2\alpha\,(1 + \tan^2\alpha) = 1$.

5) $\sin\alpha \times \cos\alpha \times \tan\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

Exercice 32 :

ADC est un triangle tel que $AD = 4\ cm$, $AC = 5\ cm$ et $DC = 6\ cm$. B est l'image de A par la translation du vecteur $\overrightarrow{DC}$.

1) Faire la figure.

2) Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$? Justifier

3) La parallèle à (AC) passant par B coupe (AD) en E et (DC) en F.

Démontrer que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{EB}$.

4) O est le point de rencontre des diagonales de $ABCD$ et S le symétrique de O par rapport à B. Démontrer que $\overrightarrow{ES} = \overrightarrow{OF}$.

Démontrer que $\overrightarrow{ES} = \overrightarrow{OF}$.

5) Compléter : $\overrightarrow{D\ldots} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{\ldots A}$

$\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{\ldots O} = \overrightarrow{E\ldots}$

$\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{\ldots}$

Bonnes Vacances