

Cahier de vacances

Prière d'éviter l'utilisation de la calculatrice autant que possible.

Exercice 1 :

Simplifier les expressions suivantes :

- 1) $\frac{2^3 \times 3^8 \times 5^7}{2^6 \times 3^4 \times 5}$
- 2) $\frac{(-5)^2 \times 7^3 \times 8}{(-2)^4 \times 25 \times 7^3}$
- 3) $\frac{(0,2)^{11} \times (-5)^2 \times 5^{10}}{(-5)^0 \times 2 \times 10^{-3} \times 25}$
- 4) $\frac{8^5}{2 \times (4 + 111^2)^0}$
- 5) $\frac{(24)^2 \times 16}{9}$

Exercice 2 :

- 1) Ecrire sous la forme $a^m \times b^n \times c^p$ où m , n , p sont des entiers

a- $\frac{(-81)^2 \times (0,04)^3 \times 5^{-3}}{25^3 \times 27 \times (16)^5 \times 10^{-6}}$

b- $\frac{(81)^{-2} \times 0,25 \times 7^5}{.18^2 \times 35 \times 10^{-2} \times 49^2}$

- 2) Compléter :

$(0,4)^3 \times (25)^2 \times 5^{-1} = 2^{\dots\dots\dots}$

Exercice 3 :

Compléter les égalités suivantes :

- 1) $(2x - \dots\dots)^2 = 4x^2 - \dots\dots + 25$
- 2) $(3x + \dots\dots)^2 = 9x^2 + 30x + \dots\dots$
- 3) $(\dots\dots - 5)^2 = 16x^2 - \dots\dots + 25$
- 4) $25x^2 + 30x + \dots\dots = (5x + \dots\dots)^2$
- 5) $36x^2 - 60x + 25 = (\dots\dots - \dots\dots)^2$
- 6) $9x^2 + 30x + 25 = (\dots\dots + \dots\dots)^2$
- 7) $4x^2 - 4x + 1 = (\dots\dots - \dots\dots)^2$
- 8) $(4x - 5)(\dots\dots + \dots\dots) = 16x^2 - 25$

Exercice 4 :

Factoriser en utilisant les identités remarquables:

- | | |
|------------------------------|---------------------------------------|
| 1) $25x^2 + 10x + 1$ | 2) $9x^2 - 30xy + 25y^2$ |
| 3) $144a^4 + b^4 + 24a^2b^2$ | 4) $x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$ |
| 5) $9x^2 - 1$ | 6) $16x^2 - 25y^2$ |
| 7) $9 - \frac{x^2}{4}$ | 8) $(3x - 5)^2 - 36$ |
| 9) $9x^2 - (x + 2)^2$ | 10) $(x + 3)^2 - (5x + 7)^2$ |

Exercice 5 :

On donne les deux expressions:

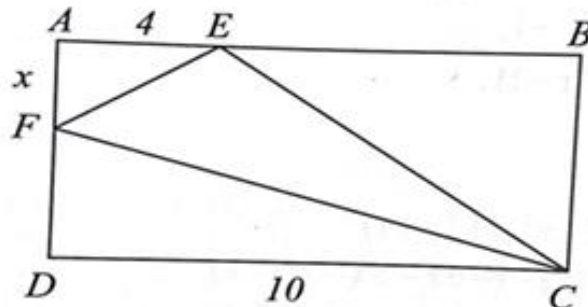
$$A(x) = (x - 3)^2 - 4(3x + 1)^2$$

$$B(x) = (x + 1)(x - 3) + (-x - 1)(3x - 4) + (-x - 1)^2.$$

- 1) Factoriser $A(x)$ et $B(x)$.
- 2) Vérifier que $A(x) + B(x) = (x + 1)(-36x + 7)$.
- 3) Montrer que $B\left(\frac{1}{2}\right)$ est le carré d'un nombre positif à préciser.

Exercice 6 :

Dans la figure ci-contre $ABCD$ est un rectangle tel que $DC = 10$, $BC = 6$ et $AE = 4$ et $AF = x$.



- 1) Calculer en fonction de x l'aire de chacun des triangles EBC , AEF et DFC .
- 2) En déduire l'aire du triangle EFC .

Exercice 7 :

1) Calculer chacun des nombres suivants :

a- $\sqrt{5^4 \times (-3)^2}$

b- $\sqrt{\frac{2^2}{36}}$

c- $(2\sqrt{7})^2$

2) Un rectangle $ABCD$ a comme longueur de côtés:

$$AB = \sqrt{72} + 3\sqrt{32} - 14\sqrt{2} \text{ et } BC = 4\sqrt{2}$$

a- Simplifier AB .

b- Que peut-on dire de ce rectangle?

3) Résoudre l'équation $5x^2 = 15$.

Exercice 8 :

On donne les nombres :

$$A = 2\sqrt{27} - 2\sqrt{3} + \sqrt{12}$$

$$B = \sqrt{75} + \sqrt{48} - 7\sqrt{3}$$

$$C = (4\sqrt{5} + 2\sqrt{11})(4\sqrt{5} - 2\sqrt{11})$$

1) Démontrer que : $A = a\sqrt{3}$ et $B = b\sqrt{3}$, a et b sont deux entiers.

2) Montrer que : $A \times B = C$.

Exercice 9 :

Résoudre les équations suivantes:

1) $\frac{3x+1}{x-2} = \frac{x+3}{x-2}$

2) $\frac{4x-1}{x+5} = 0$

3) $\frac{2x-3}{x-2} = 3$

4) $\frac{2x-1}{x+4} = \frac{1}{2}$

Exercice 10 :

On donne $A(x) = 9(2x-3)^2 - (4x+1)^2$

$$B(x) = (3x-1)^2 - (x-1)(2-6x) - (3x-1)$$

1) Factoriser $A(x)$.

2) Montrer que $B(x) = (3x-1)(5x-4)$

Exercice 11 :

On donne : $E(x) = (2x - 3)^2 - (x + 1)^2$

$$F(x) = 3x - 12 + 3(x^2 - 8x + 16).$$

- 1) Développer et réduire $E(x)$.
- 2) Factoriser $E(x)$ et montrer que $F(x) = 3(x - 3)(x - 4)$.

Exercice 12 :

Simon a 15 ans de plus que le triple de l'âge de sa fille. A eux deux, Simon et sa fille ont 43 ans.

Quel est l'âge de Simon ? L'âge de sa fille ?

Exercice 13 :

Tracer un parallélogramme $ABCD$ tel que $AB = 2 BC$.
Soit S le milieu de $[AB]$.

La parallèle menée du point B à la droite (SC) coupe la droite (DC) en un point I .

- 1) Donner en justifiant la nature du quadrilatère $SBIC$?
- 2) Soit L le milieu de $[DC]$.
Montrer que le quadrilatère $SBCL$ est un losange.
- 3) Quelle est la nature du triangle BCI ?
- 4) Soit M le centre du losange $SBCL$.

Tracer la bissectrice de l'angle $\widehat{BCI}$ qui coupe $[BI]$ en H .

- a- Démontrer que $\widehat{MCH} = 90^\circ$.
- b- En déduire la nature du quadrilatère $BMCH$.

Exercice 14 :

$ABCD$ est un carré de côté 5 cm .

Soit I le milieu de $[AD]$ et J celui de $[BC]$.

- 1) Montrer que $IB = IC$.
- 2) a- Montrer que $ABJI$ est un rectangle.
b- En déduire que $AJ = IC$.
- 3) Soit E le milieu de $[DC]$.
Soit L le symétrique de J par rapport à C et F le symétrique de E par rapport à C .
a- Quelle est la nature du quadrilatère $EJFL$?
b- Montrer que les points L , E et I sont alignés .

Exercice 15 :

Soit ABC un triangle équilatéral.

Du point I milieu de $[AC]$, on mène la parallèle à (BC) qui coupe $[AB]$ en O .

Soit D le symétrique de I par rapport à O .

- 1) Quelle est la nature du quadrilatère $BCIO$?
- 2) Quelle est la nature du quadrilatère $ADBI$?

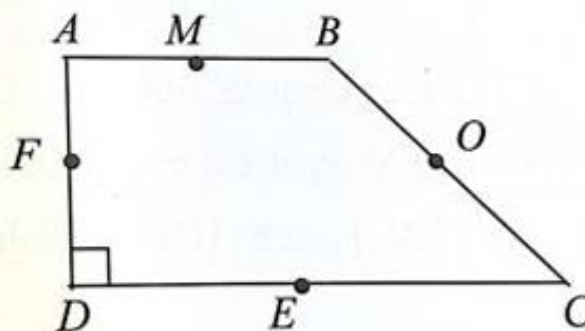
Exercice 16 :

Soit $ABCD$ un trapèze rectangle en A et D de bases $[AB]$ et $[DC]$ tel que $AD = DC = 2AB$.

Soit O le milieu de $[AD]$ et soit H le pied de la perpendiculaire menée de B sur $[DC]$.

- 1) Déterminer la nature du quadrilatère $ABHD$.
- 2) Montrer que $[BH]$ coupe $[CO]$ en son milieu I .
- 3) La droite (BO) coupe le prolongement de $[DC]$ en J .
Montrer que J est le symétrique de H par rapport à D .
- 4) Comparer l'aire du triangle BCJ à celle du trapèze $ABCD$.

Exercice 17 : Soit $ABCD$ est un trapèze rectangle tel que $AB = 3$ cm et $DC = 6$ cm. M , O , E et F sont les milieux de $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[AD]$.



- 1) Calculer la longueur FO .
- 2) Déterminer la nature du quadrilatère $MOEF$.