

Classe : S1	Nom de l'élève :
Discipline : Mathématiques	Date :
Nom du prof : Maroun Matar	Durée :

Travail de vacances : 2025

Exercice 1 :

On donne les ensembles suivants :

$$E = \{x \in \mathbb{N} / 1 \leq x \leq 12\}, A = \{1; 3; 5; 7; 9; 11\}$$

$$B = \{x \in E / x \text{ est un diviseur de } 24\}, C = \{x \in E / x \text{ est un nombre premier}\}.$$

- 1) a) Montrer que l'ensemble A est un sous ensemble de E.
b) Ecrire A en compréhension.
- 2) Ecrire les deux ensembles B et C en extension.
- 3) Dresser le diagramme de Venn correspondant.
- 4) Montrer que : $\overline{A} \cap B = \overline{A \cup B}$.
- 5) Soit F l'ensemble défini par $F = \overline{A \cup B}$.
Montrer que F est un singleton.

Exercice 2 :

ABC est un triangle tel que $\widehat{BAC} = 100^\circ$. Les trois points E, F, I sont définis par :

$$\overrightarrow{AE} = \frac{3}{5} \overrightarrow{AB}; 2\overrightarrow{AF} + 3\overrightarrow{CF} = \vec{0}; \overrightarrow{EI} = \frac{3}{10} \overrightarrow{EF}.$$

- 1) Placer les points E, F et I.
- 2) Calculer le réel a tel que : $\overrightarrow{EF} = a\overrightarrow{BC}$. En déduire que les droites (EF) et (BC) sont parallèles.
- 3) Soit G le point défini par $7\overrightarrow{BG} + 3\overrightarrow{CG} = \vec{0}$.
 - a) Ecrire $\overrightarrow{AI}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
 - b) Ecrire $\overrightarrow{AG}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
 - c) Montrer que les points A, G et I sont alignés.

Exercice 3 :

Soit x et y deux réels tel que: $-4 \leq x \leq -3$ et $2 \leq y \leq 3$.

- 1) Encadrer : $E = x^2 - \frac{1}{3}y^2$; $F = \frac{\sqrt{-xy}}{-|x|}$.
- 2) Encadrer $y - 2$ puis ranger par ordre croissant : $\sqrt{y - 2}$; $\frac{1}{y-2}$; 1 et $(y - 2)^2$.

Exercice 4 :

Partie A :

Simplifier.

- 1) $A = \tan(3\pi - x) + \cot(x + 17\pi) + \tan(5\frac{\pi}{2} + x) + \cot(31\pi - x)$.
- 2) $B = \cos(7\frac{\pi}{2} - x) - \sin(132\pi - x) + \cos(-11\frac{\pi}{2} + x) + \sin(-15\frac{\pi}{2} + x)$.
- 3) x est un arc appartenant à $] \pi ; 3\frac{\pi}{2} [$ tel que $5 \sin(\frac{\pi}{2} - x) + 6 \cos(13\pi - x) = \frac{4}{5}$.
 - a) Montrer que $\cos x = -\frac{4}{5}$.
 - b) Si $\alpha = \frac{\pi}{4}$, en déduire la valeur exacte de $F = \tan(\alpha) \cdot \sin(21\frac{\pi}{2} - x) \cdot \cos(\frac{4\alpha}{3}) \cdot \sin(-\frac{2\alpha}{3})$.

Partie B :

- a. $\frac{1}{\sin \alpha} \left(\frac{1}{\sin \alpha} - \sin \alpha \right) = \cot^2 \alpha$.
- b. $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$.

Exercice 5 :

- a. Vérifier que : $\sqrt[4]{18} \times \sqrt[6]{24} = \sqrt[3]{9} \times \sqrt[4]{8}$.
- b. Montrer que $(\sqrt[6]{4^3} - \sqrt[4]{9})(\sqrt[8]{16^2} + 3^{\frac{1}{2}}) = 1$.
- c. Simplifier $A = \frac{9^{n+1} + 3^{2n+1}}{2 \times 3^{2n} - 3^{2n+1}}$.

Exercice 7:

ABC est un triangle rectangle en A et ADB un triangle équilatéral (D et C de part et d'autre de [AB]). On désigne par I le milieu de [AB] et par J le projeté orthogonal de D sur (AC).

On donne $AB = 6$ cm et $AC = 2$ cm.

- 1) Calculer AJ.
- 2) a) Calculer $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AC}$.
b) En déduire $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{BC}$.
- 3) calculer $\overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{AD}$.

Exercice 8:

On donne les deux droites (d_1) et (d_2) tel que :

$$(d_1) : x - y + 4 = 0 \text{ et } (d_2) : \begin{cases} x = 2t \\ y = -t + 1 \end{cases}.$$

- 1) Calculer les coordonnées du point I, l'intersection de (d_1) et (d_2) .
- 2) a) Démontrer que $F(0 ; 1)$ est un point de (d_2) .
b) Former l'équation cartésiennes de la droite (Δ) passant par F et perpendiculaire à (d_1) .
- 3) Ecrire les équations cartésiennes des bissectrices des angles formés par (d_1) et (d_2) .

Exercice 6 :

Ecrire sans le symbole de la valeur absolue les expressions suivantes :

$$A = -3|\sqrt{3} - 4| - |2\sqrt{3} - 1| + 2|\sqrt{3} + 2|.$$

$$B = |3x - 6| + 4x + 1.$$

$$C = |x - 5| + 2|x - 1| \text{ sachant que } : 1 < x < 5$$