

## Cahier de vacances

*Prière d'éviter l'utilisation de la calculatrice autant que possible.*

### Exercice 1 :

Simplifier les expressions suivantes :

- 1)  $\frac{2^3 \times 3^8 \times 5^7}{2^6 \times 3^4 \times 5}$
- 2)  $\frac{(-5)^2 \times 7^3 \times 8}{(-2)^4 \times 25 \times 7^3}$
- 3)  $\frac{(0,2)^{11} \times (-5)^2 \times 5^{10}}{(-5)^0 \times 2 \times 10^{-3} \times 25}$
- 4)  $\frac{8^5}{2 \times (4 + 111^2)^0}$
- 5)  $\frac{(24)^2 \times 16}{9}$

### Exercice 2 :

- 1) Ecrire sous la forme  $a^m \times b^n \times c^p$  où  $m, n, p$  sont des entiers

a-  $\frac{(-81)^2 \times (0,04)^3 \times 5^{-3}}{25^3 \times 27 \times (16)^5 \times 10^{-6}}$

b-  $\frac{(81)^{-2} \times 0,25 \times 7^5}{.18^2 \times 35 \times 10^{-2} \times 49^2}$

- 2) Compléter :

$(0,4)^3 \times (25)^2 \times 5^{-1} = 2 \dots\dots\dots$

### Exercice 3 :

Compléter les égalités suivantes :

- 1)  $(2x - \dots\dots)^2 = 4x^2 - \dots\dots + 25$
- 2)  $(3x + \dots\dots)^2 = 9x^2 + 30x + \dots\dots$
- 3)  $(\dots\dots - 5)^2 = 16x^2 - \dots\dots + 25$
- 4)  $25x^2 + 30x + \dots\dots = (5x + \dots\dots)^2$
- 5)  $36x^2 - 60x + 25 = (\dots\dots - \dots\dots)^2$
- 6)  $9x^2 + 30x + 25 = (\dots\dots + \dots\dots)^2$
- 7)  $4x^2 - 4x + 1 = (\dots\dots - \dots\dots)^2$
- 8)  $(4x - 5)(\dots\dots + \dots\dots) = 16x^2 - 25$

**Exercice 4 :**

Factoriser en utilisant les identités remarquables:

- |                              |                                       |
|------------------------------|---------------------------------------|
| 1) $25x^2 + 10x + 1$         | 2) $9x^2 - 30xy + 25y^2$              |
| 3) $144a^4 + b^4 + 24a^2b^2$ | 4) $x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$ |
| 5) $9x^2 - 1$                | 6) $16x^2 - 25y^2$                    |
| 7) $9 - \frac{x^2}{4}$       | 8) $(3x - 5)^2 - 36$                  |
| 9) $9x^2 - (x + 2)^2$        | 10) $(x + 3)^2 - (5x + 7)^2$          |

**Exercice 5 :**

On donne les deux expressions:

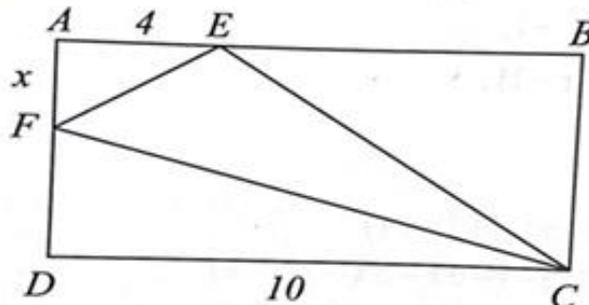
$$A(x) = (x - 3)^2 - 4(3x + 1)^2$$

$$B(x) = (x + 1)(x - 3) + (-x - 1)(3x - 4) + (-x - 1)^2.$$

- Factoriser  $A(x)$  et  $B(x)$ .
- Vérifier que  $A(x) + B(x) = (x + 1)(-36x + 7)$ .
- Montrer que  $B\left(\frac{1}{2}\right)$  est le carré d'un nombre positif à préciser.

**Exercice 6 :**

Dans la figure ci-contre  $ABCD$  est un rectangle tel que  $DC = 10$ ,  $BC = 6$  et  $AE = 4$  et  $AF = x$ .



- Calculer en fonction de  $x$  l'aire de chacun des triangles  $EBC$ ,  $AEF$  et  $DFC$ .
- En déduire l'aire du triangle  $EFC$ .

**Exercice 7 :**

1) Calculer chacun des nombres suivants :

a-  $\sqrt{5^4 \times (-3)^2}$                       b-  $\sqrt{\frac{2^2}{36}}$                       c-  $(2\sqrt{7})^2$

2) Un rectangle  $ABCD$  a comme longueur de côtés:

$AB = \sqrt{72} + 3\sqrt{32} - 14\sqrt{2}$  et  $BC = 4\sqrt{2}$

a- Simplifier  $AB$ .

b- Que peut-on dire de ce rectangle?

3) Résoudre l'équation  $5x^2 = 15$ .

**Exercice 8 :**

On donne les nombres :

$A = 2\sqrt{27} - 2\sqrt{3} + \sqrt{12}$

$B = \sqrt{75} + \sqrt{48} - 7\sqrt{3}$

$C = (4\sqrt{5} + 2\sqrt{11})(4\sqrt{5} - 2\sqrt{11})$

1) Démontrer que :  $A = a\sqrt{3}$  et  $B = b\sqrt{3}$ ,  $a$  et  $b$  sont deux entiers.

2) Montrer que :  $A \times B = C$ .

**Exercice 9 :**

Résoudre les équations suivantes:

1)  $\frac{3x+1}{x-2} = \frac{x+3}{x-2}$ .

2)  $\frac{4x-1}{x+5} = 0$

3)  $\frac{2x-3}{x-2} = 3$

4)  $\frac{2x-1}{x+4} = \frac{1}{2}$

**Exercice 10 :**

On donne  $A(x) = 9(2x-3)^2 - (4x+1)^2$

$B(x) = (3x-1)^2 - (x-1)(2-6x) - (3x-1)$

1) Factoriser  $A(x)$ .

2) Montrer que  $B(x) = (3x-1)(5x-4)$

3) Soit  $H(x) = \frac{4(x-5)(5x-4)}{B(x)}$ .

a- Pour quelles valeurs de  $x$ ,  $H(x)$  est-elle définie ?

b- Simplifier  $H(x)$  puis calculer  $H\left(\frac{2}{3}\right)$ .

### Exercice 11 :

On donne :  $E(x) = (2x - 3)^2 - (x + 1)^2$

$$F(x) = 3x - 12 + 3(x^2 - 8x + 16).$$

- 1) Développer et réduire  $E(x)$ .
- 2) Factoriser  $E(x)$  et montrer que  $F(x) = 3(x - 3)(x - 4)$ .
- 3) Soit  $A(x) = \frac{E(x)}{F(x)}$ .

a- Pour quelles valeurs de  $x$ ,  $A(x)$  est-elle définie?

b- Simplifier  $A(x)$  et résoudre l'équation  $A(x) = \frac{1}{3}$ .

### Exercice 12 :

Simon a 15 ans de plus que le triple de l'âge de sa fille. A eux deux, Simon et sa fille ont 43 ans.

Quel est l'âge de Simon ? L'âge de sa fille ?

### Exercice 13 :

Tracer un parallélogramme  $ABCD$  tel que  $AB = 2 BC$ .  
Soit  $S$  le milieu de  $[AB]$ .

La parallèle menée du point  $B$  à la droite  $(SC)$  coupe la droite  $(DC)$  en un point  $I$ .

- 1) Donner en justifiant la nature du quadrilatère  $SBIC$  ?
- 2) Soit  $L$  le milieu de  $[DC]$ .  
Montrer que le quadrilatère  $SBCL$  est un losange.
- 3) Quelle est la nature du triangle  $BCI$  ?
- 4) Soit  $M$  le centre du losange  $SBCL$ .

Tracer la bissectrice de l'angle  $\widehat{BCI}$  qui coupe  $[BI]$  en  $H$ .

- a- Démontrer que  $\widehat{MCH} = 90^\circ$ .
- b- En déduire la nature du quadrilatère  $BMCH$ .

### **Exercice 14 :**

$ABCD$  est un carré de côté 5 cm .

Soit  $I$  le milieu de  $[AD]$  et  $J$  celui de  $[BC]$  .

- 1) Montrer que  $IB = IC$  .
- 2) a- Montrer que  $ABJI$  est un rectangle.  
b- En déduire que  $AJ = IC$ .
- 3) Soit  $E$  le milieu de  $[DC]$ .  
Soit  $L$  le symétrique de  $J$  par rapport à  $C$  et  $F$  le symétrique de  $E$  par rapport à  $C$  .  
a- Quelle est la nature du quadrilatère  $EJFL$  ?  
b- Montrer que les points  $L$  ,  $E$  et  $I$  sont alignés .

### **Exercice 15 :**

Soit  $ABC$  un triangle équilatéral.

Du point  $I$  milieu de  $[AC]$ , on mène la parallèle à  $(BC)$  qui coupe  $[AB]$  en  $O$ .

Soit  $D$  le symétrique de  $I$  par rapport à  $O$ .

- 1) Quelle est la nature du quadrilatère  $BCIO$  ?
- 2) Quelle est la nature du quadrilatère  $ADBI$ ?

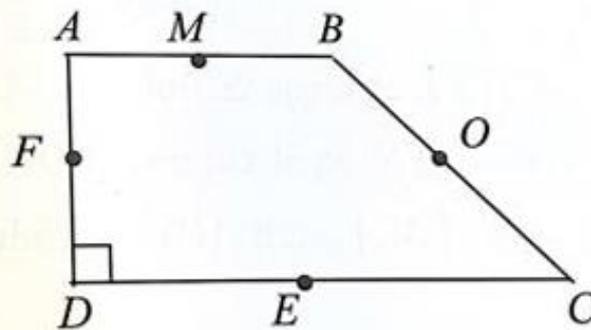
**Exercice 16 :**

Soit  $ABCD$  un trapèze rectangle en  $A$  et  $D$  de bases  $[AB]$  et  $[DC]$  tel que  $AD = DC = 2AB$ .

Soit  $O$  le milieu de  $[AD]$  et soit  $H$  le pied de la perpendiculaire menée de  $B$  sur  $[DC]$ .

- 1) Déterminer la nature du quadrilatère  $ABHD$ .
- 2) Montrer que  $[BH]$  coupe  $[CO]$  en son milieu  $I$ .
- 3) La droite  $(BO)$  coupe le prolongement de  $[DC]$  en  $J$ .  
Montrer que  $J$  est le symétrique de  $H$  par rapport à  $D$ .
- 4) Comparer l'aire du triangle  $BCJ$  à celle du trapèze  $ABCD$ .

**Exercice 17 :** Soit  $ABCD$  est un trapèze rectangle tel que  $AB = 3$  cm et  $DC = 6$  cm.  $M$ ,  $O$ ,  $E$  et  $F$  sont les milieux de  $[AB]$ ,  $[BC]$ ,  $[CD]$  et  $[AD]$ .



- 1) Calculer la longueur  $FO$ .
- 2) Déterminer la nature du quadrilatère  $MOEF$ .