

Cahier de vacances- 3ème-2025-2026

Prière d'éviter l'utilisation de la calculatrice autant que possible.

Exercice 1 :

Les parties 1) et 2) sont indépendantes:

- 1) Calculer, en montrant les étapes de calcul, les expressions suivantes, puis donner votre réponse en notation scientifique:

$$A = \frac{12^3 \times 25^2}{15^3 \times 8^3} \quad ; \quad B = \frac{0,03 \times (10^{-1})^5 \times 7^2}{4,9 \times (10^3)^2} \quad \text{et} \quad C = \frac{11,2 \times (10^{-2})^2 \times 10^3 - 0,2 \times 10^{-1}}{2 \times 10^{-2}}$$

- 2) Calculer et donner la réponse sous la forme la plus simple:

$$A = \left(\frac{3}{5}\right)^{n+2} \times \left(\frac{5}{3}\right)^n \quad ; \quad B = \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{3}{2} \times \frac{3}{4}}{\left(\frac{3}{8}\right)^2 - \frac{3}{8} \times \frac{3}{4}}$$

Exercice 2 :

Simplifier:

$$A = \frac{3 \times 10^6 + 6 \times 10^5}{15 \times 10^7} \quad ; \quad B = \frac{2,34 \times 10^6 - 6,27 \times 10^5}{15 \times 10^3} \quad ; \quad C = \frac{700 + 2 \times 10^3}{9 \times 10^3}$$

$$D = \frac{36,4 \times 10^{-5} - 1,24 \times 10^{-4}}{20 \times 10^{-4}} \quad \text{et} \quad E = \frac{5,62 \times 10^{13} - 3,27 \times 10^{13}}{32 \times 10^{12}}.$$

Exercice 3 :

$$\text{Soit : } A = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \times \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} + \frac{3}{2} \quad ; \quad B = \frac{12}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{7}{9} \quad ; \quad C = \frac{2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}{2 + 3 \times \left(\frac{1}{2}\right)} \quad ; \quad D = \frac{3,15 \times (10^2)^4 - 5 \times 10^6}{10^6} ;$$

$$E = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \quad ; \quad F = \frac{\frac{3}{4} - 4}{\frac{3}{4} + \frac{1}{3}} \quad \text{et} \quad G = \frac{2,5 \times 10^{-7}}{5 \times 10^{-6}}.$$

- 1) Calculer A, B et C et donner la réponse sous la forme d'une fraction irréductible.
- 2) Calculer D et donner le résultat sous la forme de notation scientifique.
- 3) Calculer E et donner la réponse sous la forme d'une fraction décimale.
- 4) Montrer que F est un nombre entier.
- 5) Donner G sous la forme $a \times 10^n$ où n est un entier.

Exercice 4 :

Résoudre chacune des inéquations suivantes, puis représenter la solution sur un axe s'il c'est possible.

1) $\frac{12x-5}{3} < 3$

3) $5(x^2 - 3) + 2(4x - 11) > 5x^2 - 8$

5) $\frac{2x+1}{5} - \frac{4x}{3} \geq \frac{7}{3} - \frac{7x+9}{15}$

7) $-x-1 \leq 3+2x$

9) $\frac{2x+5}{12} - \frac{x+2}{4} \leq \frac{2}{3} + \frac{2-x}{6}$

2) $4(3-x) \leq 8(x-3)$

4) $\frac{5x-2}{3} + 7 > \frac{3x+2}{5} - 1$

6) $(x+2)^2 + (x-2)^2 \leq 5 + 2x^2$

8) $4x+3 < 4x-1$

10) $\frac{-x+2}{7} + \frac{3x-1}{21} < 6x + \frac{1-x}{14}$

Exercice 5 :

Le périmètre du rectangle de longueur $5x+7$ et de largeur $x-1$ est plus petit ou égal à celui du carré de côté $4x+1$.

1) Montrer que l'inéquation correspondante est: $-4x \leq -8$.

2) Résoudre l'inéquation précédente, puis représenter la solution sur un axe.

Exercice 6 :

On donne : $A = \sqrt{25} + 2\sqrt{20} + \sqrt{45} + \sqrt{9}$ et $B = (1+\sqrt{5})(2+\sqrt{5})$

1) Simplifier A et B.

2) Rendre rationnel le dénominateur de $\frac{A}{B}$.

Exercice 7 :

Soit : $X = \sqrt{125} - 8\sqrt{5} + 6\sqrt{20}$ et $Y = \sqrt{45} + \sqrt{80} + \sqrt{125}$.

1) Écrire X et Y sous la forme $a\sqrt{5}$, où a est nombre entier.

2) Montrer que $\frac{X+3\sqrt{5}}{Y-6\sqrt{5}}$ est un nombre entier à déterminer.

Exercice 8 :

1) Rendre rationnel le dénominateur de $\frac{3-\sqrt{18}}{2+\sqrt{2}}$.

2) Montrer que : $\frac{3-\sqrt{18}}{2+\sqrt{2}} - \frac{4-18\sqrt{2}}{4}$ est un nombre entier.

Exercice 9 :

Soit : $A = (2\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 + \sqrt{2}(\sqrt{2} + 4\sqrt{3})$; $B = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{12} - \sqrt{3}}$ et $C = \frac{(0,08)^2 \times \sqrt{10^{-2}} \times (10^2)^4}{8000}$

- 1) Montrer que A est un nombre entier.
- 2) Simplifier B et C.
- 3) En déduire que $\frac{A}{B} = C$.

Exercice 10 :

On donne : $x = 2\sqrt{5} + 4$ et $y = 2\sqrt{5} - 4$.

- 1) Calculer x^2 , y^2 , xy et $(x + y)^2$.
- 2) Calculer $\frac{2}{x} + \frac{2}{y}$.
- 3) Montrer que: $\sqrt{\frac{x}{y} + \frac{y}{x}} = 3\sqrt{2}$.

Exercice 11 :

$X = \frac{\sqrt{6} - 1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ et $Y = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$

- 1) Calculer: X^2 , Y^2 et $X.Y$.
- 2) Rendre rationnel le dénominateur de X.
- 3) Vérifier que $Y = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$
- 4) Comparer X et Y.

Exercice 12 :

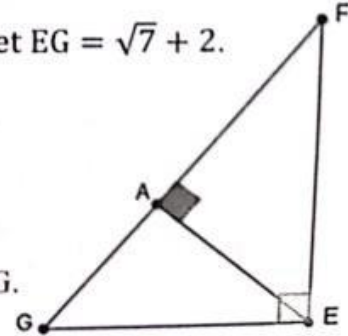
Soit a un nombre réel défini par $a = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$.

- 1) Montrer que $a^2 + \frac{1}{a^2}$ est un nombre entier.
- 2) Développer $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2$ et calculer la valeur de $a + \frac{1}{a}$.

Exercice 13 :

EFG est un triangle rectangle en E tel que : $EF = \sqrt{7} - 2$ et $EG = \sqrt{7} + 2$.

- 1) Calculer FG.
- 2) Calculer l'aire du triangle EFG.
- 3) Soit [EA] la hauteur relative à [FG].
Calculer la longueur de EA.
- 4) Calculer le rayon du cercle circonscrit au triangle EFG.



Exercice 14 :

Considérer un cercle (C) de centre O et de rayon 4cm, [AB] est un diamètre.
La médiatrice de [OA] coupe le cercle (C) en E et D, et [OA] en H.

- 1) Dessiner la figure.
- 2) Montrer que AOE est un triangle équilatéral.
- 3) Montrer que AEOD est un losange.
- 4) Calculer EH et EB.
- 5) Soit F le symétrique de O par rapport à D.
Montrer que (AF) est tangente à (C) en A.
- 6) La tangente à (C) en E, coupe (AF) en P.
 - a) Montrer que (OP) est la médiatrice de [AE].
 - b) Montrer que les quatre points A, P, E et O appartiennent au même cercle dont le diamètre est à déterminer.

Exercice 15 :

Considérer un cercle (C) de centre O et de diamètre $AB = 4\text{cm}$.
Soit (D) la tangente à (C) en A et M un point sur (D) tel que $AM = 4\text{cm}$.
Dessiner la tangente menée de M à (C) qui le coupe en E et (AB) en F.
La droite (OE) coupe (D) en S.

- 1) Dessiner la figure.
- 2) Calculer la longueur de MB
- 3) Montrer que (MO) est la médiatrice de [AE].
- 4) Que représente O pour le triangle MSF? Justifier.
- 5) En déduire que (MO) est perpendiculaire à [SF].

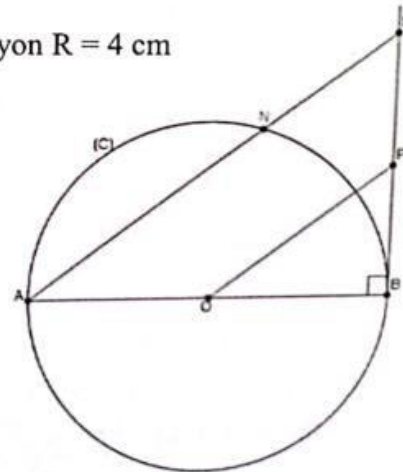
Exercice 16 :

On considère un cercle de centre O et de diamètre [AB] tel que $Ab = 6$ cm. M est un point sur (C) tel que $AM = 5$ cm. (C') est un cercle de diamètre [AO] et de centre O', [AM] coupe (C') en K.

- 1) Dessiner une figure.
- 2) Trouver la longueur de [MB].
- 3) Montrer que (KO) et (MB) sont parallèles, puis déduire la longueur de [OK].
- 4) La parallèle à (O'K) menée par A coupe (OK) en N.
Calculer AN, déduire que OAN est un triangle isocèle en A.
- 5) Montrer que OBMN est un parallélogramme, déduire la nature de OANM.
- 6) (NO') coupe (AK) en G.
 - a) Montrer que (OG) passe par le milieu de [AN].
 - b) Calculer GK puis déduire la longueur de [OG].

Exercice 17 :

Dans la figure adjacente, (C) est un cercle de centre O, de rayon $R = 4$ cm et de diamètre [AB]. (IB) est la tangente à (C) en B. (OP) est la parallèle à (AI) et $IB = 6$ cm.



- 1) Reproduire et compléter la figure.
- 2) Montrer que (OP) est la bissectrice de $\widehat{NOB}$, puis déduire que (NP) est une tangente à (C).
- 3) Vérifier que $AI = 10$ cm et que l'aire du triangle ABI est 24 cm^2 . Déduire que $BN = 4,8$ cm.
- 4) La tangente (d) à (C) en A, coupe (NP) en E.
Montrer que EOP est un triangle rectangle.
- 5) Montrer que $EP = PB + EA$.

Exercice 18 :

On donne $P(x) = 9x^2 - 1 - (1 - 3x)(2x + 5)$ et $q(x) = (4x + 3)^2 - (x + 4)^2$

- 1) Développer et réduire $q(x)$.
- 2) Factoriser $p(x)$ et $q(x)$.
- 3) Résoudre des équations suivantes: i) $P(x) = 0$ ii) $q(x) = -7$ iii) $P(x) = q(x)$.
- 4) Soit $G(x) = \frac{q(x)}{p(x)}$.
 - a) Trouver le domaine de définition de $G(x)$, puis simplifier $G(x)$.
 - b) Résoudre l'équation $G(x) = -1$.
 - c) Rendre rationnel le dénominateur de $G(\sqrt{2})$.

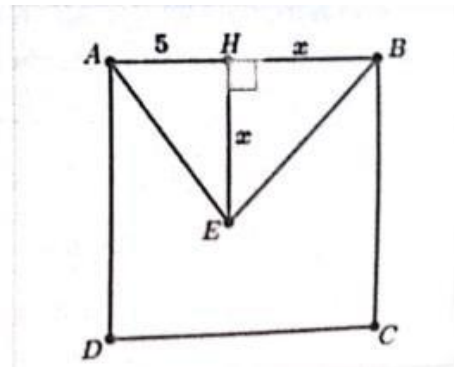
Exercice 19 :

Soit: $p(x) = (2x+5)^2 - (x-4)^2$ et $Q(x) = (3x+1)(5x-2) - (3x^2 - 14x - 5) + (9x^2 - 1)$.

- 1) Montrer que $3x^2 - 14x - 5 = (3x+1)(x-5)$.
- 2) Factoriser $p(x)$ et $Q(x)$.
- 3) Résoudre l'équation $p(x) = Q(x)$.
- 4) Soit $H(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$.
 - a) Pour quelles valeurs de x , $H(x)$ est-elle définie?
 - b) Simplifier $H(x)$
 - c) Calculer $H(\sqrt{3}-1)$ et rendre rationnel le dénominateur de la réponse obtenue.

Exercice 20 :

- 1) a) Factoriser: $G(x) = (x+5)^2 - 3x(x+5)$.
b) Résoudre $G(x) = 0$.
- 2) Dans la figure ci-contre ABCD est un carré:
 - a) Exprimer l'aire du carré et celle du triangle AEB en fonction de x .
 - b) Calculer x pour que l'aire du carré soit égale à 6 fois celle du triangle AEB.



Exercice 21 :

Le commerçant dans un certain magasin déclare une réduction sur les prix des articles.

- 1) Le prix initial d'un article (A) est 16000L.L., son prix après la réduction est 12000L.L.
Trouver le pourcentage de réduction.
- 2) Supposer que le magasin fait une réduction de 25%.
 - a) Désigner par x le prix avant la réduction et par y celui après la réduction.
Exprimer y en fonction de x .
 - b) Représenter graphiquement la relation ci-dessus dans un repère $(x'Ox, y'Oy)$.
 - c) Quel est le prix initial d'un article (B) sachant que son nouveau prix était 3750L.L.?
 - d) Le commerçant décide de faire une autre réduction de 10%.
Trouver le prix d'un article après les deux réductions si son prix initial était 30000L.L.

Exercice 22 :

Un magasin annonce une réduction sur tous les articles vendus.
Trois de ces articles sont présentés dans le tableau suivant:

Article	A	B	C
Prix initial LL	24000	60000	b
Nouveau prix L.L	21120	a	44000

- 1) Calculer le pourcentage de réduction.
- 2) Calculer a et b.
- 3) Désigner par x le prix initial et par y le nouveau prix. Exprimer y en fonction de x.
- 4) Le magasin fait une autre réduction de 10% sur tous les articles.
Trouver le prix final de l'article B.

Exercice 23 :

Considérer $A = \sqrt{5} + 2$ et $B = \sqrt{5} - 2$

- 1) Calculer A^2 , B^2 et $A \times B$.
- 2) En déduire que la somme $\frac{A}{B} + \frac{B}{A}$ est un nombre naturel.
- 3) Déterminer la valeur du nombre réel x, si le tableau suivant est un tableau de proportionnalité.

$x+2$	B
A	$x+2$

Exercice 24 :

Considérer dans un repère orthonormé $(x'Ox, y'Oy)$; les points $A(-2 ; 1)$ et $B(4 ; 1)$ et la droite (D) d'équation: $y = 2x + 5$.

- 1) Placer A et B.
- 2) Est-ce que A appartient à (D)?
- 3) Tracer (D).
- 4) Ecrire l'équation de la droite (AB).
- 5) La droite (D) coupe $x'Ox$ en E et $y'Oy$ en F.
Trouver les coordonnées de E et F, puis calculer EF.
- 6) Écrire l'équation de (D') passant par P $(-1 ; 2)$ et parallèle à (D).
- 7) Écrire l'équation de (U) passant par A et perpendiculaire à (D).
- 8) Calculer les coordonnées de I le milieu de [BP].
- 9) Ecrire l'équation de (OA).

Exercice 25 :

Dans un repère orthonormé des axes $x'Ox$ et $y'Oy$, on considère les points $A(-1 ; 2)$, et $I(-3 ; 4)$ et la droite (d) d'équation $y = x + 3$.

- 1) Placer les points A et I, et tracer (d) .
- 2) Montrer par calcul que A appartient à (d) .
- 3) Trouver l'équation de la droite (AI) .
- 4) Soit (C) le cercle de centre I et passe par A.
 - a) Calculer le rayon du cercle (C) .
 - b) Montrer que la droite (d) est une tangente à (C) en A.
 - c) La droite (IA) recoupe le cercle (C) en B.

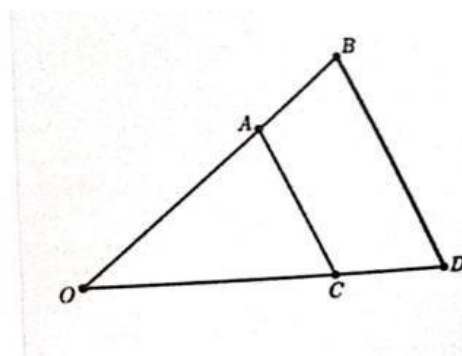
Calculer les coordonnées de B.
- 5) Montrer que le point $E(-5 ; 2)$ appartient à (C) .
- 6) a) Montrer que (EI) et (d) sont parallèles.
 b) Dédire que (EI) est la médiatrice de $[AB]$.
 c) Dédire la nature du triangle ABE.

Exercice 26 :

Dans la figure adjacente, on donne: $OA = 2$ cm;
 $OB = 2,5$ cm; $OC = 3$ cm et $OD = 3,75$ cm.

- 1) Les droites (AC) et (BD) sont parallèles.
 Pourquoi ?

- 2) Calculer le rapport $\frac{\text{aire}(OAC)}{\text{aire}(OBD)}$.



Exercice 27 :

Dans un triangle ABC, on suppose que $AB = 6$ cm et $BC = 9$ cm.
 M est un point sur le segment $[AB]$ tel que $AM = 2$ cm.
 La droite menée de M et parallèle à (BC) coupe (AC) en N.

- 1) Calculer la valeur exacte de $\frac{AN}{AC}$.
- 2) On suppose que $NC = 4,6$ cm. Soit $AN = x$ et $AC = y$.
 - a) Établir les égalités suivantes : $y = 3x$ et $y = x + 4,6$.
 - b) Calculer AN et AC.

Exercice 28 :

On considère un triangle ABC tel que $\widehat{A} = 90^\circ$ et $\sin \widehat{B} = 0,8$.

- 1) Calculer $\cos \widehat{B}$ et $\tan \widehat{B}$.
- 2) Si $BC = 15$ cm, calculer AB et AC.

Exercice 29 :

- 1) α est un angle aigu tel que $\sin \alpha = 0,6$. Calculer $\cos \alpha$ et $\tan \alpha$.
- 2) Donner la valeur de α à 10^{-1} degré près.

Exercice 30 :

ABC est un triangle rectangle en A tel que, $\sin \widehat{ABC} = \frac{2}{3}$.

- 1) Calculer $\cos \widehat{ABC}$ et $\tan \widehat{ABC}$
- 2) Calculer $\sin \widehat{ACB}$, $\cos \widehat{ACB}$ et $\tan \widehat{ACB}$.

Exercice 31 :

Soit α un angle aigu, justifier les égalités suivantes :

- 1) $\sin^2 \alpha + 2 \cos^2 \alpha = 1 + \cos^2 \alpha$.
- 2) $1 + \frac{1}{\tan^2 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$.
- 3) $(\sqrt{3} \cos \alpha - \sqrt{5} \sin \alpha)^2 + (\sqrt{5} \cos \alpha + \sqrt{3} \sin \alpha)^2 = 8$.
- 4) $\cos^2 \alpha (1 + \tan^2 \alpha) = 1$.
- 5) $\sin \alpha \times \cos \alpha \times \tan \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.

Exercice 32 :

ADC est un triangle tel que $AD = 4\text{ cm}$, $AC = 5\text{ cm}$ et $DC = 6\text{ cm}$. B est l'image de A par la translation du vecteur $\overrightarrow{DC}$.

- 1) Faire la figure.
- 2) Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$? Justifier
- 3) La parallèle à (AC) passant par B coupe (AD) en E et (DC) en F .
Démontrer que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{EB}$.
- 4) O est le point de rencontre des diagonales de $ABCD$ et S le symétrique de O par rapport à B . Démontrer que $\overrightarrow{ES} = \overrightarrow{OF}$.
Démontrer que $\overrightarrow{ES} = \overrightarrow{OF}$.
- 5) Compléter : $\overrightarrow{D...} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{...A}$
 $\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{...O} = \overrightarrow{E...}$
 $\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{...}$



Bon travail et bonnes vacances !